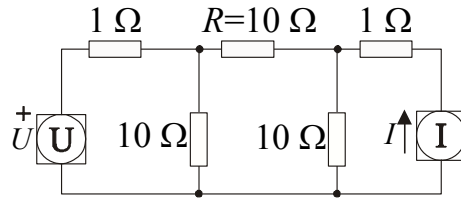


TENTAMEN I KURS EI1100, ELKRETSANALYS FÖR E1
2009-06-05

Examinator: Peter Fuks
 Hjälpmedel: Fickräknare

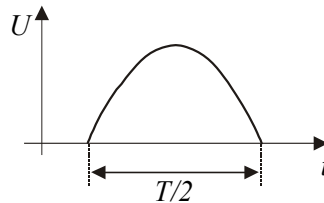
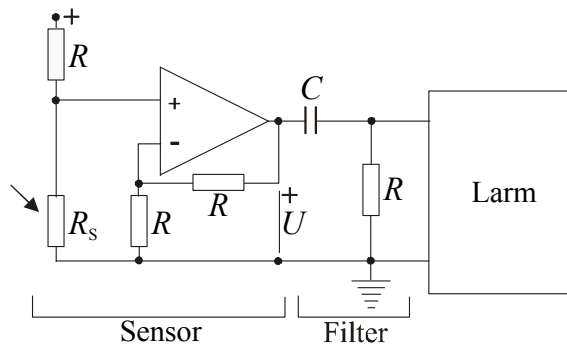
Betygsskala: $>22p \rightarrow A$, $20p - 22p \rightarrow B$, $17p - 19p \rightarrow C$, $14p - 16p \rightarrow D$, $11p - 13p \rightarrow E$, $9p - 10p \rightarrow Fx$, $< 9p \rightarrow F$.
 Resultatet anslås senast 3 veckor efter skrivningsdagen.

1.



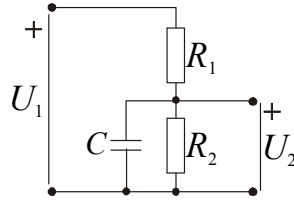
Beräkna effektutvecklingen i resistorn R . $U = 10 \text{ V}$, $I = 1 \text{ A}$. (5p)

2. De flesta tjuvlarm innehåller ett filter som skiljer långsamma ändringar från snabba. Ett exempel är en ljussensor som inte reagerar på en solnedgång men på en rörlig skugga av en förbipasserande person. Anta att en sådan skugga orsakar en sinusformad spänning U på sensorns utgång (en halv period).



- a. Vilken typ av filter används i larmet (LP, HP, BP, BS)? Motivera! (1p)
- b. Härled filtrets gränshfrekvens. $R = 8,2 \text{ M}\Omega$, $C = 8,2 \text{ }\mu\text{F}$ (2p)
- c. Hur långsamt måste tjuven röra på sig för att lura systemet? (2p)
 Anta en rimlig bredd på tjuven.

3.



a. Beräkna U_2/U_1 i ovanstående nät. (1p)

b. Vid vilken frekvens blir fasvinkeln mellan U_2 och U_1 lika med 45° ? (2p)

c. Beräkna U_2/U_1 då $R_1=R_2$ och C är vald så att fasvinkeln mellan U_2 och U_1 är lika med 45° för frekvensen enligt b. (2p)

4. Osqulda skall byta batteriet i sin fickräknare. Hon vill inte att minnesinnehållet skall gå förlorat. Batteriet ger 3 V men minnet i räknaren fungerar fortfarande när spänningen sjunker ner till endast 1,6 V vid $10 \mu\text{A}$. När Osqulda öppnar sin fickräknare ser hon en back-up-kondensator på $100 \mu\text{F}$ som är parallellkopplad med minnet.

Beräkna tiden som hon har på sig för att genomföra batteriebytet.

Ledning: Minnet kan ses som en konstant resistans med ett spänningsfall på 1,6 V vid en ström på $10 \mu\text{A}$. (5p)

5. Inför förra julen installerade Peter en julgransbelysning på familjens gran. Vid funktionstestet visade sig att ingen lampa lyste. Efter att i flera timmar försökt identifiera den trasiga lampan bröt Peter ihop och bestämde att aldrig någonsin syssla med julgransbelysningar. Efter några månader ändrade han sig pga påtryckningar från familjen och för att undvika framtida problem bygger om lampkedjan. Från början bestod den av 17 st seriekopplade lampor. På varje lampa står det "14 V / 3 W". Peter använder samma lampor men kopplar dem parallellt istället. I garaget hittar han en transformator som ger 18 V. Det är lite för mycket för lamporna och han bestämmer sig för att införa ett seriemotstånd. Beräkna lämpligt värde för motståndet (3p). Hur stor effekt förbrukas i motståndet? (2p)

Lösningsförslag till tentamen EI1100 2009-06-05

1. Vi börjar med att beräkna strömmen i resistorn mha superposition.

Nollställ strömkällan. Bidraget från spänningskällan till den totala strömmen är

$$\frac{U}{1 + \frac{10(10+10)}{10+10+10}} = \frac{30}{23} \text{ A}$$

Strömmen genom R är $\frac{30}{23} \frac{10}{10+10+10} = \frac{10}{23} \text{ A}$ (Strömgrening)

Nollställ spänningskällan. Gör om strömkällan och 10Ω resistor till en Theveninekvivalent. Bidraget från strömkällan är då

$$-\frac{10I}{10+10 + \frac{1 \cdot 10}{1+10}} = -\frac{11}{23} \text{ A}$$

Den totala strömmen är $-1/23 \text{ A}$ och effekten $P = I^2 R \approx 19 \text{ mW}$.

2. a. Högpasfilter. Det har den önskade egenskapen att sortera bort långsamma variationer (låga frekvenser).

$$\text{b. } U_L = U \frac{R}{R+1/j\omega C} = U \frac{j\omega RC}{1+j\omega RC}, \quad \left| \frac{U_L}{U} \right| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1+\omega^2 R^2 C^2}},$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\omega_g RC}{\sqrt{1+\omega_g^2 R^2 C^2}} = \frac{1}{\sqrt{\omega_g^{-2} R^2 C^{-2} + 1}}$$

$$\rightarrow \omega_g^{-2} R^2 C^{-2} = 1 \rightarrow \omega_g = \frac{1}{RC} \rightarrow f_g = \frac{1}{2\pi RC} \approx 0,002 \text{ Hz}$$

c. Tjuven förflyttar sig med hastigheten $v = x/t$. Anta att tjuvens skugga är $d = 0,5$ m bredd. Den passerar sensorn under tiden $T/2$.

$$v = \frac{d}{T} = \frac{0,5}{\frac{1}{2 \cdot 2f_g}} \approx 0,002 \text{ m/s}$$

Klarar tjuven så långsam förflyttning utlöses inte larmet.

Anmärkning: Den periodiska funktionen sinus är definierad för $-\infty < t < +\infty$. Detta är en förutsättning för $j\omega$ -metoden. En halvperiod är ingen periodisk funktion och en frekvens kan inte definieras. Vår beräkning gäller strängt taget för en oändlig följd av tjuvar som passerar med konstant hastighet framför sensorn.

3.a. Spänningsdelning:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{Z_2}{R_1 + Z_2} = \frac{\frac{R_2}{1+j\omega CR_2}}{R_1 + \frac{R_2}{1+j\omega CR_2}} = \frac{R_2}{R_1(1+j\omega CR_2) + R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + j\omega CR_2 R_1}$$

b.

$$\arg\left(\frac{U_2}{U_1}\right) = \arg(\text{täljaren}) - \arg(\text{nämnnaren}) = \arg(R_2) - \arg(R_1 + R_2 + j\omega CR_2 R_1) =$$
$$= 0 - \arctan \frac{\omega CR_2 R_1}{R_1 + R_2}$$

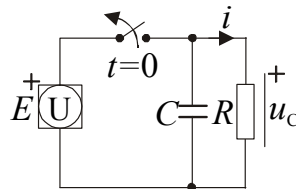
$$\arctan \frac{\omega CR_2 R_1}{R_1 + R_2} = \pi/4 \rightarrow \frac{\omega CR_2 R_1}{R_1 + R_2} = 1 \rightarrow \omega = \frac{R_1 + R_2}{CR_2 R_1}$$

c. $R_1 = R_2$

$$\left| \frac{U_2}{U_1} \right| = \left| \frac{R_2}{2R_2 + j\omega CR_2^2} \right| \quad \text{och} \quad \omega = \frac{2R_2}{CR_2^2} = \frac{2}{CR_2} \text{ ger}$$

$$\left| \frac{U_2}{U_1} \right| = \left| \frac{R_2}{2R_2 + j \frac{2}{CR_2} CR_2^2} \right| = \left| \frac{1}{2 + j2} \right| = \frac{1}{\sqrt{4+4}} = \frac{1}{\sqrt{8}}$$

4. Är man endast intresserad av minnets strömkonsumtion kan det ersättas med följande ekvivalent nät.



Vid tiden $t \leq 0$ är kondensatorspänningen $E = 3$ V. Vid $t = 0$ tas batteriet ut. Nu börjar kondensatorn urladdas genom R (minnet).

$$u_c = i \cdot R = -RC \frac{du_c}{dt}$$

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC} u_c = 0$$

Har lösning

$$u_c(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}}, \quad \text{begynnevillkoret ger } A = 3 \text{ V}$$

Kondensatorspänningen sjunker till $U_1 = 1,6$ V efter tiden T

$$U_1 = Ae^{-\frac{T}{RC}} \text{ ger } \frac{T}{RC} = \ln \frac{A}{U_1}$$

$$T = RC \ln \frac{A}{U_1} = 10 \text{ s}$$

5. Varje lampa kan ses som en resistor. Strömmen genom hela kedjan (före modifikationen) är $I = \frac{P_{tot}}{U_{tot}} = \frac{17 \cdot 3}{240} \approx 0,215 \text{ A}$.

För att lamporna skall lysa lika starkt i den nya kedjan måste strömmen genom varje lampa vara lika stor. Den totala strömmen blir då

$$I_{tot} = 17 \frac{P_{tot}}{U_{tot}} = 17 \frac{17 \cdot 3}{240} \approx 3,612 \text{ A}$$

Samma ström måste passera seriemotståndet. Spänningsfaller över motståndet måste vara $18 - 14 = 4 \text{ V}$.

Den sökta resistansen är $R_s = \frac{U_s}{I_{tot}} = \frac{4}{17 \frac{17 \cdot 3}{240}} \approx 1,1 \Omega$ och effekten är

$$P_s = U_s I_{tot} = 4 \cdot 17 \frac{17 \cdot 3}{240} \approx 14,4 \text{ W}$$

Det är ingen försumbar effekt och motsåndet måste få god ventilation för att inte överhettas och orsaka brand.